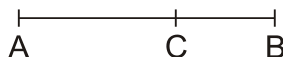


Relações Métricas Especiais

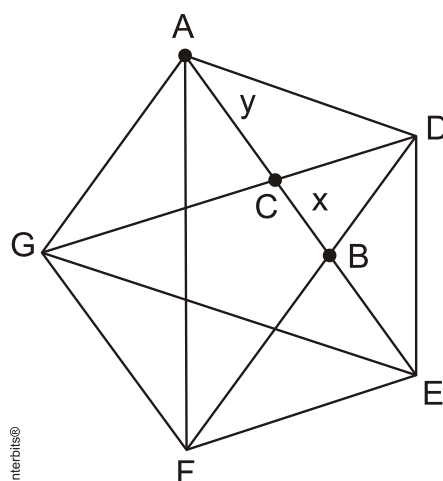
1. (Fuvest 2011-Adaptada) Define-se geometricamente a razão áurea do seguinte modo: O ponto C da figura abaixo divide o segmento \overline{AB} na razão áurea quando os valores AC/AB e CB/AC são iguais. Esse valor comum é chamado “razão áurea”.



A razão áurea, também denominada proporção áurea, número de ouro ou divina proporção, conquistou a imaginação popular e é tema de vários livros e artigos. Em geral, suas propriedades matemáticas estão corretamente enunciadas, mas muitas afirmações feitas sobre ela na arte, na arquitetura, na literatura e na estética são falsas ou equivocadas. Infelizmente, essas afirmações sobre a razão áurea foram amplamente divulgadas e adquiriram status de senso comum. Mesmo livros de geometria utilizados no ensino médio trazem conceitos incorretos sobre ela.

Trecho traduzido e adaptado do artigo de G. Markowsky, *Misconceptions about the golden ratio*, *The College Mathematics Journal*, 23, 1, january, 1992, pp. 2-19.

Na figura a seguir, o polígono ADEFG é um pentágono regular. Utilize semelhança de triângulos para demonstrar que o ponto C da figura divide o segmento \overline{AB} na razão áurea.



2. (G1 - col.naval 2011) ABC é um triângulo equilátero. Seja P um ponto do plano de ABC e exterior ao triângulo de tal forma que PB intersecta AC em Q (Q está entre A e C). Sabendo que o ângulo \widehat{APB} é igual a 60° , que $\overline{PA} = 6$ e $\overline{PC} = 8$, a medida de PQ será

- a) $\frac{24}{7}$
- b) $\frac{23}{5}$
- c) $\frac{19}{6}$

- d) $\frac{33}{14}$
e) $\frac{11}{4}$

3. (G1 - col.naval 2011) Em um triângulo acutângulo não equilátero, os três pontos notáveis (ortocentro, circuncentro e baricentro) estão alinhados. Dado que a distância entre o ortocentro e o circuncentro é ' k ', pode-se concluir que a distância entre o circuncentro e o baricentro será

- a) $\frac{5k}{2}$
b) $\frac{4k}{3}$
c) $\frac{4k}{5}$
d) $\frac{k}{2}$
e) $\frac{k}{3}$

4. (Ime 2013) Seja um triângulo ABC . AH é a altura relativa de BC , com H localizado entre B e C . Seja BM a mediana relativa de AC . Sabendo que $BH = AM = 4$, a soma dos possíveis valores inteiros de BM é

- a) 11
b) 13
c) 18
d) 21
e) 26

5. (Uece 2010) O ponto P é interior a um segmento de reta, cuja medida é $x = 2m$, e o divide em dois segmentos cujas medidas são y e z e satisfazem a relação $y^2 = xz$. A razão x/y (denominada de número de ouro ou razão áurea) é igual a

- a) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.
b) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
c) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$.
d) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

6. (Uff 2007) A "Divina Proporção" também conhecida como proporção áurea foi usada por Leonardo da Vinci para pintar a Mona Lisa, uma de suas mais notáveis obras. Em vários pontos do quadro aparece o retângulo áureo, como ilustrado na figura 1.

Na fig. 2 os quadriláteros ABDF, CDFH, EFHJ, GHJL, IJLN, KLNO são retângulos áureos semelhantes e os quadriláteros ABCH, CDEJ, EFGL, GHIN, IJKO e KLMP são quadrados.

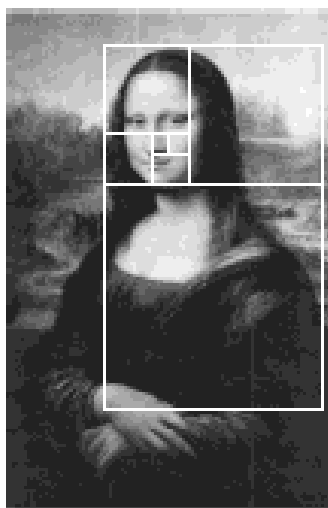


Fig. 1: Mona Lisa e proporções áureas

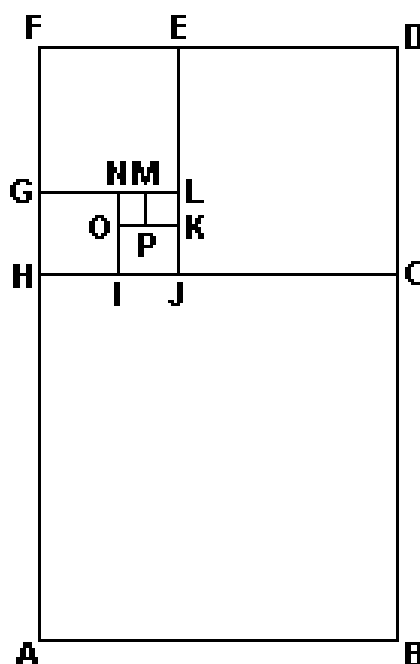
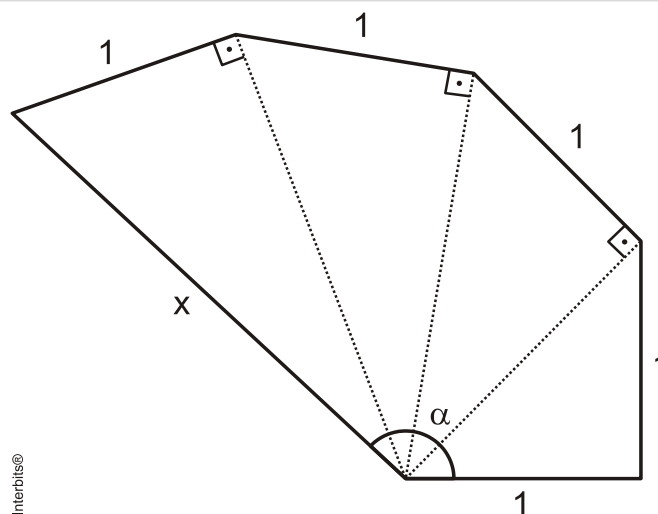


Fig. 2: Retângulos áureos

Sabendo-se que a razão entre o maior lado e o menor lado do retângulo áureo é igual ao número de ouro ϕ , pode-se afirmar que a razão entre a área do quadrado KLMP e a área do quadrado ABCH é igual a:

- a) $\frac{1}{\phi^6}$
- b) $\frac{1}{\phi^{10}}$
- c) $\frac{1}{\phi^8}$
- d) $\frac{1}{\phi^5}$
- e) $\frac{1}{\phi^{12}}$

7. (Unicamp 2014) Considere um hexágono, como o exibido na figura abaixo, com cinco lados com comprimento de 1cm e um lado com comprimento de x cm.



- a) Encontre o valor de x .
 b) Mostre que a medida do ângulo α é inferior a 150° .

8. (Ita 2014) Em um triângulo isósceles ABC , cuja área mede 48cm^2 , a razão entre as medidas da altura AP e da base BC é igual a $\frac{2}{3}$. Das afirmações abaixo:

- I. As medianas relativas aos lados AB e AC medem $\sqrt{97}$ cm;
 II. O baricentro dista 4 cm do vértice A ;
 III. Se α é o ângulo formado pela base BC com a mediana BM , relativa ao lado AC , então

$$\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{97}},$$

é (são) verdadeira(s)

- a) Apenas I.
 b) Apenas II.
 c) Apenas III.
 d) Apenas I e III.
 e) Apenas II e III.

Gabarito

1. Demonstração
2. A
3. E
4. B
5. B
6. B
7. a) $x = \sqrt{5} \text{ cm}$
b) demonstração
8. A