

## Questões

1. (Uerj 2011) Considere a matriz  $A_{3 \times 3}$  abaixo:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 1 & 1 \\ a_{31} & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Cada elemento desta matriz é expresso pela seguinte relação:

$$a_{ij} = 2 \times (\text{sen } \theta_i) \times (\text{sen } \theta_j) \quad \forall i, j \in \{1, 2, 3\}$$

Nessa relação, os arcos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$  são positivos e menores que  $\frac{\pi}{3}$  radianos.

Calcule o valor numérico do determinante da matriz  $A$ .

2. (Unicamp 2014) Considere a matriz  $M = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ b & 1 & a \\ 1 & b & 1 \end{pmatrix}$ , onde  $a$  e  $b$  são números reais distintos.

Podemos afirmar que

- a matriz  $M$  não é invertível.
- o determinante de  $M$  é positivo.
- o determinante de  $M$  é igual a  $a^2 - b^2$ .
- a matriz  $M$  é igual à sua transposta.

3. (Uece 2014) Uma matriz quadrada  $P = (a_{ij})$  é simétrica quando  $a_{ij} = a_{ji}$ . Por exemplo, a matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -3 & 7 & 4 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ é simétrica. Se a matriz } M = \begin{bmatrix} x+y & x-y & xy \\ 1 & y-x & 2y \\ 6 & x+1 & 1 \end{bmatrix} \text{ é simétrica, pode-se afirmar}$$

corretamente que o determinante de  $M$  é igual a

- 1
- 2
- 1
- 2

4. (Uerj 2014) Considere a sequência de matrizes  $(A_1, A_2, A_3, \dots)$ , todas quadradas de ordem 4, respectivamente iguais a:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 & 11 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 16 & 17 & 18 & 19 \\ 20 & 21 & 22 & 23 \\ 24 & 25 & 26 & 27 \\ 28 & 29 & 30 & 31 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 32 & 33 & 34 & 35 \\ 36 & 37 & 38 & 39 \\ 40 & 41 & 42 & 43 \\ 44 & 45 & 46 & 47 \end{pmatrix}, \dots$$

Sabendo que o elemento  $a_{ij} = 75432$  é da matriz  $A_n$ , determine os valores de  $n$ ,  $i$  e  $j$ .

5. (Unicamp 2014) Considere a matriz  $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ -1 & 0 & b \\ c & -2 & 0 \end{pmatrix}$ , onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números reais.

a) Encontre os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  de modo que  $A^T = -A$ .

b) Dados  $a = 1$  e  $b = -1$ , para que os valores de  $c$  e  $d$  o sistema linear  $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ d \end{pmatrix}$  tem infinitas soluções?

6. (Unicamp 2013) Considere a matriz  $A_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ -\frac{1}{\alpha} & -1 \end{bmatrix}$  que depende do parâmetro real  $\alpha > 0$ .

a) Calcule a matriz  $(A_\alpha + A_{2\alpha})^2$ .

b) Um ponto no plano cartesiano com as coordenadas  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  é transformado pela matriz  $A_\alpha$  em um novo ponto da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = A_\alpha \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + \alpha y \\ -\frac{1}{\alpha}x - y \end{bmatrix}.$$

Calcule o valor de  $\alpha$ , sabendo que o sistema  $A_\alpha \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$  admite solução.

## Gabarito

1.  $\det A = 0$ ;

2. B

3. B

4.  $n = 4715, i = 3, j = 1$

5. a)  $a = 0, b = 2, c = -1$ ; b)  $c = 0, d = -4$

6. a)  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ , b)  $\alpha = 3$