

Questões Específicas

1. (Unicamp 2014) Dizemos que uma sequência de números reais não nulos $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$ é uma progressão harmônica se a sequência dos inversos $\left(\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots\right)$ é uma progressão aritmética (PA).

a) Dada a progressão harmônica $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{9}, \frac{1}{2}, \dots\right)$, encontre o seu sexto termo.

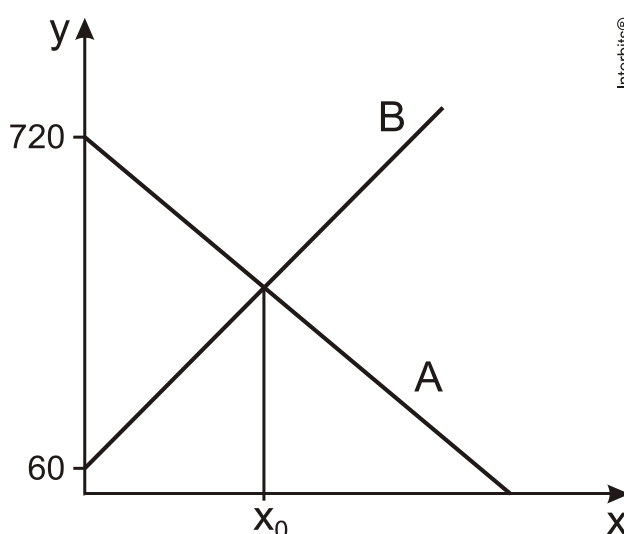
b) Sejam a , b e c termos consecutivos de uma progressão harmônica. Verifique que $b = \frac{2ac}{a+c}$.

2. (Unicamp 2014) Sejam a e b reais. Considere as funções quadráticas da forma $f(x) = x^2 + ax + b$, definidas para todo x real.

a) Sabendo que o gráfico de $y = f(x)$ intercepta o eixo y no ponto $(0,1)$ e é tangente ao eixo x , determine os possíveis valores de a e b .

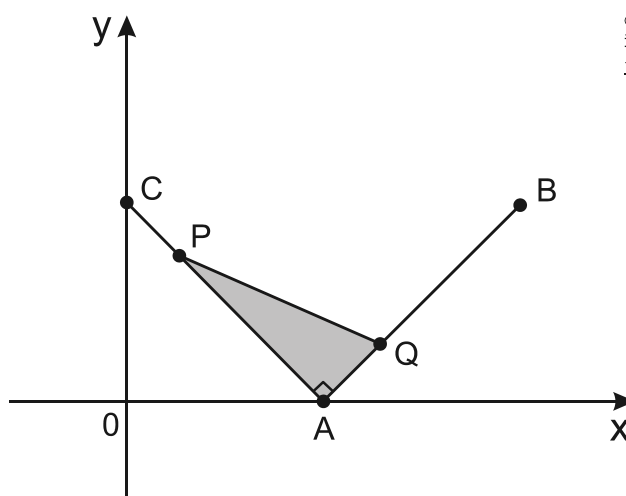
b) Quando $a + b = 1$, os gráficos dessas funções quadráticas têm um ponto em comum. Determine as coordenadas desse ponto.

3. (Uerj 2014) O reservatório A perde água a uma taxa constante de 10 litros por hora, enquanto o reservatório B ganha água a uma taxa constante de 12 litros por hora. No gráfico, estão representados, no eixo y , os volumes, em litros, da água contida em cada um dos reservatórios, em função do tempo, em horas, representado no eixo x .



Determine o tempo x_0 , em horas, indicado no gráfico.

4. (Uerj 2014)



No gráfico acima, estão indicados os pontos $A(1,0)$, $B(2,1)$ e $C(0,1)$, que são fixos, e os pontos P e Q , que se movem simultaneamente. O ponto P se desloca no segmento de reta de C até A , enquanto o ponto Q se desloca no segmento de A até B . Nesses deslocamentos, a cada instante, a abscissa de P é igual à ordenada de Q .

Determine a medida da maior área que o triângulo PAQ pode assumir.

5. (Fuvest 2014) Dados m e n inteiros, considere a função f definida por $f(x) = 2 - \frac{m}{x+n}$, para

$x \neq -n$.

- No caso em que $m = n = 2$, mostre que a igualdade $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ se verifica.
- No caso em que $m = n = 2$, ache as interseções do gráfico de f com os eixos coordenados.
- No caso em que $m = n = 2$, esboce a parte do gráfico de f em que $x > -2$, levando em conta as informações obtidas nos itens a) e b). Utilize o par de eixos dado na página de respostas.
- Existe um par de inteiros $(m,n) \neq (2,2)$ tal que a condição $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ continue sendo satisfeita?

6. (Uece 2014) Se X e Y são conjuntos que possuem 6 e 12 elementos respectivamente, então o número de funções injetivas $f: X \rightarrow Y$ que podem ser construídas é

- 665.280.
- 685.820.
- 656.820.
- 658.280.

7. (Uemg 2014) Uma pequena empresa fabrica dois tipos de colchão: solteiro e casal. A tabela a seguir refere-se ao faturamento da empresa nos meses de agosto e setembro:

	Faturamento mensal com colchão de solteiro	Faturamento mensal com colchão de casal	TOTAL
AGOSTO	(?)	(?)	R\$ 8 320,00
SETEMBRO	Metade do valor faturado em agosto	Um terço do valor faturado em agosto	R\$ 3 200,00

Cada colchão de solteiro custa R\$ 320,00, e cada colchão de casal custa R\$ 480,00.

A quantidade de colchões de solteiro vendidos em agosto corresponde a

- a) 6.
- b) 8.
- c) 10.
- d) 11.

Gabarito

1. a) $\frac{4}{5}$.

b) Sabendo que em toda progressão aritmética cada termo é igual à média aritmética do seu antecessor e do seu sucessor (exceto o primeiro e o último), tem-se

$$\frac{1}{b} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{c}}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{b} = \frac{a+c}{ac}$$
$$\Leftrightarrow b = \frac{2ac}{a+c}.$$

2. a) $a = \pm 2$ e $b = 1$.

b) $(1, 2)$.

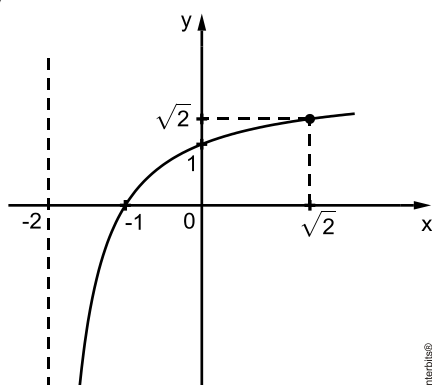
3. $x_0 = 30$ horas.

4. Área Máxima: $\frac{1}{4}$

5. a) $\sqrt{2}$

b) $(-1, 0)$.

c)



d) Não

6. A

7. B