

## Probabilidade

1. (Fuvest)

a) Dez meninas e seis meninos participarão de um torneio de tênis infantil. De quantas maneiras distintas essas 16 crianças podem ser separadas nos grupos A, B, C e D, cada um deles com 4 jogadores, sabendo que os grupos A e C serão formados apenas por meninas e o grupo B, apenas por meninos?

b) Acontecida a fase inicial do torneio, a fase semifinal terá os jogos entre Maria e João e entre Marta e José. Os vencedores de cada um dos jogos farão a final. Dado que a probabilidade de um menino ganhar de uma menina é  $\frac{3}{5}$ , calcule a probabilidade de uma menina vencer o torneio.

2. (Fuvest) Seja  $n$  um número inteiro,  $n \geq 0$ .

a) Calcule de quantas maneiras distintas  $n$  bolas idênticas podem ser distribuídas entre Luís e Antônio.

b) Calcule de quantas maneiras distintas  $n$  bolas idênticas podem ser distribuídas entre Pedro, Luís e Antônio.

c) Considere, agora, um número natural  $k$  tal que  $0 \leq k \leq n$ . Supondo que cada uma das distribuições do item

b) tenha a mesma chance de ocorrer, determine a probabilidade de que, após uma dada distribuição, Pedro receba uma quantidade de bolas maior ou igual a  $k$ .

Observação: Nos itens a) e b), consideram-se válidas as distribuições nas quais uma ou mais pessoas não recebam bola alguma.

3. (Fuvest) Um apreciador deseja adquirir, para sua adega, 10 garrafas de vinho de um lote constituído por 4 garrafas da Espanha, 5 garrafas da Itália e 6 garrafas da França, todas de diferentes marcas.

a) De quantas maneiras é possível escolher 10 garrafas desse lote?

b) De quantas maneiras é possível escolher 10 garrafas do lote, sendo 2 garrafas da Espanha, 4 da Itália e 4 da França?

c) Qual é a probabilidade de que, escolhidas ao acaso, 10 garrafas do lote, haja exatamente 4 garrafas da Itália e, pelo menos, uma garrafa de cada um dos outros dois países?

4. (Unicamp) Um grupo de pessoas resolveu encomendar cachorros-quentes para o lanche. Entretanto, a lanchonete enviou apenas 15 sachês de mostarda e 17 de catchup, o que não é suficiente para que cada membro do grupo receba um sachê de cada molho. Desta forma, podemos considerar que há três subgrupos: um formado pelas pessoas que ganharão apenas um sachê de mostarda, outro por aquelas que ganharão apenas um sachê de catchup, e o terceiro pelas que receberão um sachê de cada molho.

a) Sabendo que, para que cada pessoa ganhe ao menos um sachê, 14 delas devem receber apenas um dos molhos, determine o número de pessoas do grupo.

b) Felizmente, somente 19 pessoas desse grupo quiseram usar os molhos. Assim, os sachês

serão distribuídos aleatoriamente entre essas pessoas, de modo que cada uma receba ao menos um sachê. Nesse caso, determine a probabilidade de que uma pessoa receba um sachê de cada molho.

5. (Unicamp) Um casal convidou seis amigos para assistirem a uma peça teatral. Chegando ao teatro, descobriram que, em cada fila da sala, as poltronas eram numeradas em ordem crescente. Assim, por exemplo, a poltrona 1 de uma fila era sucedida pela poltrona 2 da mesma fila, que, por sua vez, era sucedida pela poltrona 3, e assim por diante.

a) Suponha que as oito pessoas receberam ingressos com numeração consecutiva de uma mesma fila e que os ingressos foram distribuídos entre elas de forma aleatória. Qual a probabilidade de o casal ter recebido ingressos de poltronas vizinhas?

b) Suponha que a primeira fila do teatro tenha 8 cadeiras, a segunda fila tenha 2 cadeiras a mais que a primeira, a terceira fila tenha 2 cadeiras a mais que a segunda e assim sucessivamente até a última fila.

Determine o número de cadeiras da sala em função de  $n$ , o número de filas que a sala contém. Em seguida, considerando que a sala tem 144 cadeiras, calcule o valor de  $n$ .

6. (Unicamp) Seja  $C$  o conjunto dos números (no sistema decimal) formados usando-se apenas o algarismo 1, ou seja  $C = \{1, 11, 111, 1111, 11111, 111111, \dots\}$ .

a) Verifique se o conjunto  $C$  contém números que são divisíveis por 9 e se contém números divisíveis por 6. Exiba o menor número divisível por 9, se houver. Repita o procedimento em relação ao 6.

b) Escolhendo ao acaso um número  $m$  de  $C$ , e sabendo que esse número tem, no máximo, 1000 algarismos, qual a probabilidade de  $m$  ser divisível por 9?

7. (Unicamp) Dois prêmios iguais serão sorteados entre dez pessoas, sendo sete mulheres e três homens. Admitindo que uma pessoa não possa ganhar os dois prêmios, responda às perguntas abaixo.

a) De quantas maneiras diferentes os prêmios podem ser distribuídos entre as dez pessoas?

b) Qual é a probabilidade de que dois homens sejam premiados?

c) Qual é a probabilidade de que ao menos uma mulher receba um prêmio?

## Gabarito

1. a)  $210 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 1 = 47\,250$

b) Probabilidade pedida  $\frac{20}{125} + \frac{12}{125} + \frac{12}{125} = \frac{44}{125}$ .

2.

a)  $P_{n+1}^n = \frac{(n+1)!}{n!} = n+1$

b)  $P_{n+2}^{n,2} = \frac{(n+2)!}{n!.2!} = \frac{(n+2) \cdot (n+1)}{2}$

c)  $P = \frac{\frac{(n-k+2) \cdot (n-k+1)}{2}}{\frac{(n+2) \cdot (n+1)}{2}} = \frac{(n-k+2)(n-k+1)}{(n+2) \cdot (n+1)}$

3. a) 3003.

b) 450.

c)  $\frac{95}{273}$ .

4. a) 23 pessoas.

b)  $\frac{13}{19}$ .

5.

a)  $\frac{1}{4}$

b)  $n = 9$

6. a) O menor elemento de C divisível por nove é 111 111 111.

C não apresenta elementos divisíveis por 6.

b) 11,1%.

7. a) 45

b)  $1/15$

c)  $14/15$