

Especial Fuvest e UNICAMP

1. (Unicamp) Para trocar uma lâmpada, Roberto encostou uma escada na parede de sua casa, de forma que o topo da escada ficou a uma altura de aproximadamente raiz de 14 m. Enquanto Roberto subia os degraus, a base da escada escorregou por 1 m, indo tocar o muro paralelo à parede, conforme ilustração ao lado. Refeito do susto, Roberto reparou que, após deslizar, a escada passou a fazer um ângulo de 45° com a horizontal. Pergunta-se:



- Qual é a distância entre a parede da casa e o muro?
- Qual o comprimento da escada de Roberto?

2. (Unicamp) Sejam dados:

$$A = \begin{pmatrix} x-1 & x-1 & x-1 \\ x-1 & 1 & 2 \\ x-1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} m \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

- Encontre o conjunto solução da equação $\det(A)=0$.
- Utilizando o maior valor de x que você encontrou no item (a), determine o valor de m para que o sistema linear $Ay = b$ tenha infinitas soluções.

3. (Unicamp) O decaimento radioativo de estrôncio 90 é descrito pela função $P(t)=P_0 \cdot 2^{-bt}$, onde t é um instante de tempo medido em anos, b é uma constante real e P_0 é a concentração inicial de estrôncio 90, ou seja, a concentração no instante $t=0$

- Se a concentração de estrôncio 90 cai pela metade em 29 anos, isto é, se a meia-vida do estrôncio 90 é de 29 anos, determine o valor da constante b .
- Dada uma concentração inicial P_0 , de estrôncio 90, determine o tempo necessário para que a concentração seja reduzida a 20% de P_0 . Considere $\log_2(10)=3,32$

4. (Unicamp) Em um triângulo de vértices A, B, C , inscrevemos um círculo de raio r . Sabe-se que o ângulo $A=90^\circ$ e que o círculo inscrito tangencia o lado BC no ponto P , dividindo esse lado em dois trechos com comprimentos $PB=10$ e $PC=3$

- Determine r .

- b) Determine o lado AB e AC.
c) Determine a área da região que é, ao mesmo tempo, interna ao triângulo e externa ao círculo.
5. (Fuvest) Uma urna contém 5 bolas brancas e 3 bolas pretas. Três bolas são retiradas ao acaso, sucessivamente, sem reposição. Determine:
a) A probabilidade de que tenham sido retiradas 2 bolas pretas e 1 bola branca.
b) A probabilidade de que tenham sido retiradas 2 bolas pretas e 1 bola branca, sabendo-se que as três bolas não são da mesma cor.
6. (Fuvest) sejam x e y dois números reais, com $0 < x < \pi/2$ e $\pi/2 < y < \pi$, satisfazendo $\operatorname{sen} y = 4/5$ e $11 \operatorname{sen} x + 5 \operatorname{cos}(y-x) = 3$
Nessas condições, determine:
a) $\operatorname{Cos}(y)$
b) $\operatorname{Sen}(2x)$
7. (Fuvest) Sendo $\omega = (-1 + i\sqrt{3})/2$ sendo $i = \sqrt{-1}$ a unidade imaginária. Nessas condições:
a) Determine a parte real e a parte imaginária de $1/\omega$ e ω^3 .
b) Determine as raízes complexas de $z^3 - 1 = 0$.

Gabarito

1. a) 3
b) $3\sqrt{2}$
2. a) 1 ou 2
b) $7/2$
3. a) $1/29$
b) 67,28
4. a) 2
b) 5 e 12
c) $2(15-2\pi)$
5. a) $15/56$
b) $1/3$
6. a) $3/5$
b) $120/169$
7. a) 1