

Questões Específicas

1. (Fuvest 2014) Considere o triângulo equilátero $\triangle A_0OB_0$ de lado 7cm.

a) Sendo A_1 o ponto médio do segmento $\overline{A_0B_0}$, e B_1 o ponto simétrico de A_1 em relação à reta determinada por O e B_0 , determine o comprimento de $\overline{OB_1}$.

b) Repetindo a construção do item a), tomando agora como ponto de partida o triângulo $\triangle A_1OB_1$, pode-se obter o triângulo $\triangle A_2OB_2$ tal que A_2 é o ponto médio do segmento $\overline{A_1B_1}$, e B_2 o ponto simétrico de A_2 em relação à reta determinada por O e B_1 . Repetindo mais uma vez o procedimento, obtém-se o triângulo $\triangle A_3OB_3$. Assim, sucessivamente, pode-se construir uma sequência de triângulos $\triangle A_nOB_n$ tais que, para todo $n \geq 1$, A_n é o ponto médio de $\overline{A_{n-1}B_{n-1}}$, e B_n o ponto simétrico de A_n em relação à reta determinada por O e B_{n-1} , conforme figura abaixo.

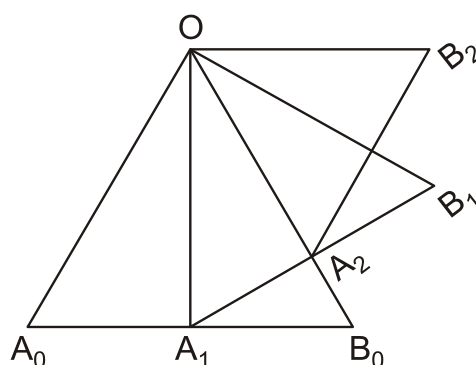


Figura obtida após aplicar o procedimento duas vezes.

Interbits®

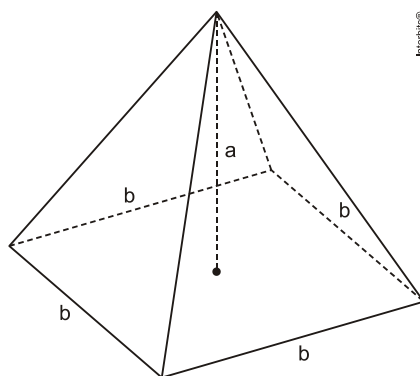
Denotando por a_n , para $n \geq 1$, o comprimento do segmento $\overline{A_{n-1}A_n}$, verifique que a_1, a_2, a_3, \dots é uma progressão geométrica. Determine sua razão.

c) Determine, em função de n , uma expressão para o comprimento da linha poligonal $A_0A_1A_2 \dots A_n, n \geq 1$.

O ponto P' é simétrico ao ponto P em relação à reta r se o segmento $\overline{PP'}$ é perpendicular à reta r e a interseção de $\overline{PP'}$ e r é o ponto médio de $\overline{PP'}$.

2. (Fuvest 2013) Sócrates e Xantipa enfrentam-se em um popular jogo de tabuleiro, que envolve a conquista e ocupação de territórios em um mapa. Sócrates ataca jogando três dados e Xantipa se defende com dois. Depois de lançados os dados, que são honestos, Sócrates terá conquistado um território se e somente se as duas condições seguintes forem satisfeitas:

- 1) o maior valor obtido em seus dados for maior que o maior valor obtido por Xantipa;
 - 2) algum outro dado de Sócrates cair com um valor maior que o menor valor obtido por Xantipa.
- a) No caso em que Xantipa tira 5 e 5, qual é a probabilidade de Sócrates conquistar o território em jogo?
 - b) No caso em que Xantipa tira 5 e 4, qual é a probabilidade de Sócrates conquistar o território em jogo?
3. (Unicamp 2014) Uma loteria sorteia três números distintos entre doze números possíveis.
- a) Para uma aposta em três números, qual é a probabilidade de acerto?
 - b) Se a aposta em três números custa R\$ 2,00, quanto deveria custar uma aposta em cinco números?
4. (Unicamp 2014) Considere a pirâmide reta de base quadrada, ilustrada na figura abaixo, com lado da base $b = 6$ m e altura a .



- a) Encontre o valor de a de modo que a área de uma face triangular seja igual a 15 m^2 .
 - b) Para $a = 2$ m, determine o raio da esfera circunscrita à pirâmide.
5. (Unicamp 2014) Considere no plano cartesiano os pontos $A = (-1, 1)$ e $B = (2, 2)$.
- a) Encontre a equação que representa o lugar geométrico dos centros dos círculos que passam pelos pontos A e B.
 - b) Seja C um ponto na parte negativa do eixo das ordenadas. Determine C de modo que o triângulo ABC tenha área igual a 8.
6. (Unicamp 2014) O polinômio $p(x) = x^3 - 2x^2 - 9x + 18$ tem três raízes: r , $-r$ e s .
- a) Determine os valores de r e s .
 - b) Calcule $p(z)$ para $z = 1+i$, onde i é a unidade imaginária.

Gabarito

1.

a) $\frac{7\sqrt{3}}{2} \text{ cm.}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $7(2 + \sqrt{3}) \left[1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^n \right] \text{ cm}$

2. a) $P = 16/216 = 2/27.$

b) $P = 43/216.$

3.

a) $\frac{1}{220}.$

b) $2 \cdot 10 = \text{R\$ } 20,00.$

4.

a) $a = \overline{VO} = 4 \text{ m.}$

b) $R = \frac{11}{2} \text{ m}$

5. a) $3x + y - 3 = 0$

b) $\alpha = -4.$

6. a) $r = 3 \text{ e } s = 2.$

b) $7 - 11i.$