

Questões Específicas

1. (Fuvest 2011)

a) Sendo i a unidade imaginária, determine as partes real e imaginária do número complexo

$$z_0 = \frac{1}{1+i} - \frac{1}{2i} + i.$$

b) Determine um polinômio de grau 2, com coeficientes inteiros, que tenha z_0 como raiz.

c) Determine os números complexos w tais que $z_0 \cdot w$ tenha módulo igual a $5\sqrt{2}$ e tais que as partes real e imaginária de $z_0 \cdot w$ sejam iguais.

d) No plano complexo, determine o número complexo z_1 que é o simétrico de z_0 com relação à reta de equação $y - x = 0$.

2. (Fuvest) A figura representa o número $\omega = \frac{(-1 + i\sqrt{3})}{2}$ no plano complexo, sendo $i = \sqrt{-1}$ a unidade imaginária. Nessas condições,

a) determine as partes real e imaginária de $\frac{1}{\omega}$ e de ω^3 .

b) represente $\frac{1}{\omega}$ e ω^3 na figura a seguir.

c) determine as raízes complexas da equação $z^3 - 1 = 0$.

3. (Unicamp 2014) O peso médio (média aritmética dos pesos) dos 100 alunos de uma academia de ginástica é igual a 75 kg. O peso médio dos homens é 90 kg e o das mulheres é 65 kg.

a) Quantos homens frequentam a academia?

b) Se não são considerados os 10 alunos mais pesados, o peso médio cai de 75 kg para 72 kg. Qual é o peso médio desses 10 alunos?

4. (Unicamp 2013) Considere a família de retas no plano cartesiano descrita pela equação $(2-p)x + (2p+1)y + 8p + 4 = 0$, nas variáveis x e y , em que p é um parâmetro real.

a) Determine o valor do parâmetro p para que a reta correspondente intercepte perpendicularmente o eixo y . Encontre o ponto de interseção neste caso.

b) Considere a reta $x + 3y + 12 = 0$ dessa família para $p = 1$. Denote por A o seu ponto de interseção com o eixo x e por O a origem do plano cartesiano. Exiba a equação da circunferência em que o segmento OA é um diâmetro.

5. (Unicamp 2013) A superfície de um reservatório de água para abastecimento público tem 320.000 m² de área, formato retangular e um dos seus lados mede o dobro do outro. Essa superfície é representada pela região hachurada na ilustração abaixo. De acordo com o Código

Gabarito

1. a) Parte real = $\frac{1}{2}$ e parte imaginária = $1.i$

b) $4x^2 - 4x + 5 = 0$

c) $z_0.w = 5\sqrt{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$$W = \frac{5(1+i)}{\frac{1}{2}+i} = 6 - 2i$$

Ou

$$z_0.w = 5\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

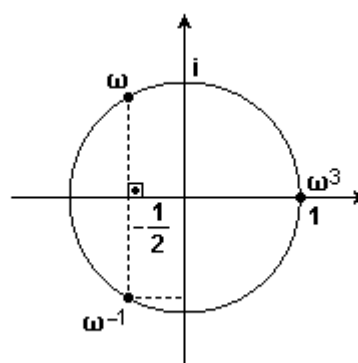
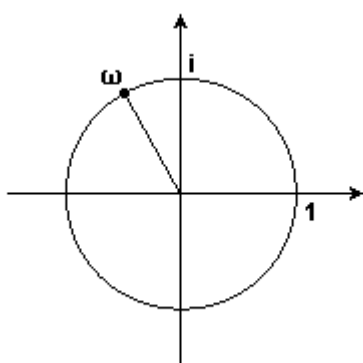
$$W = \frac{5(-1-i)}{\frac{1}{2}+i} = -6 + 2i$$

d) Resposta: $Z_1 = 1 + \frac{1}{2}.i$

2. a) $\text{Re}(\omega^1) = -\left(\frac{1}{2}\right)$ e $\text{Im}(\omega^1) = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\text{Re}(\omega^3) = 1$ e $\text{Im}(\omega^3) = 0$.

b)



c) $1, -\left(\frac{1}{2}\right) + i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ e } -\left(\frac{1}{2}\right) - i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$

3. a) 40 homens

b) 102 kg

4. a) $p = 2$
 $(0, -4)$.
b) $(x + 6)^2 + y^2 = 36$.
5. a) $A = 10\,000(24 + \pi) \text{ m}^2$
b) aproximadamente 3 meses e 10 dias.
6. a) $A = 3$.
b) $V = 4$.
c) $AQ = \frac{12\sqrt{61}}{\sqrt{61}}$.