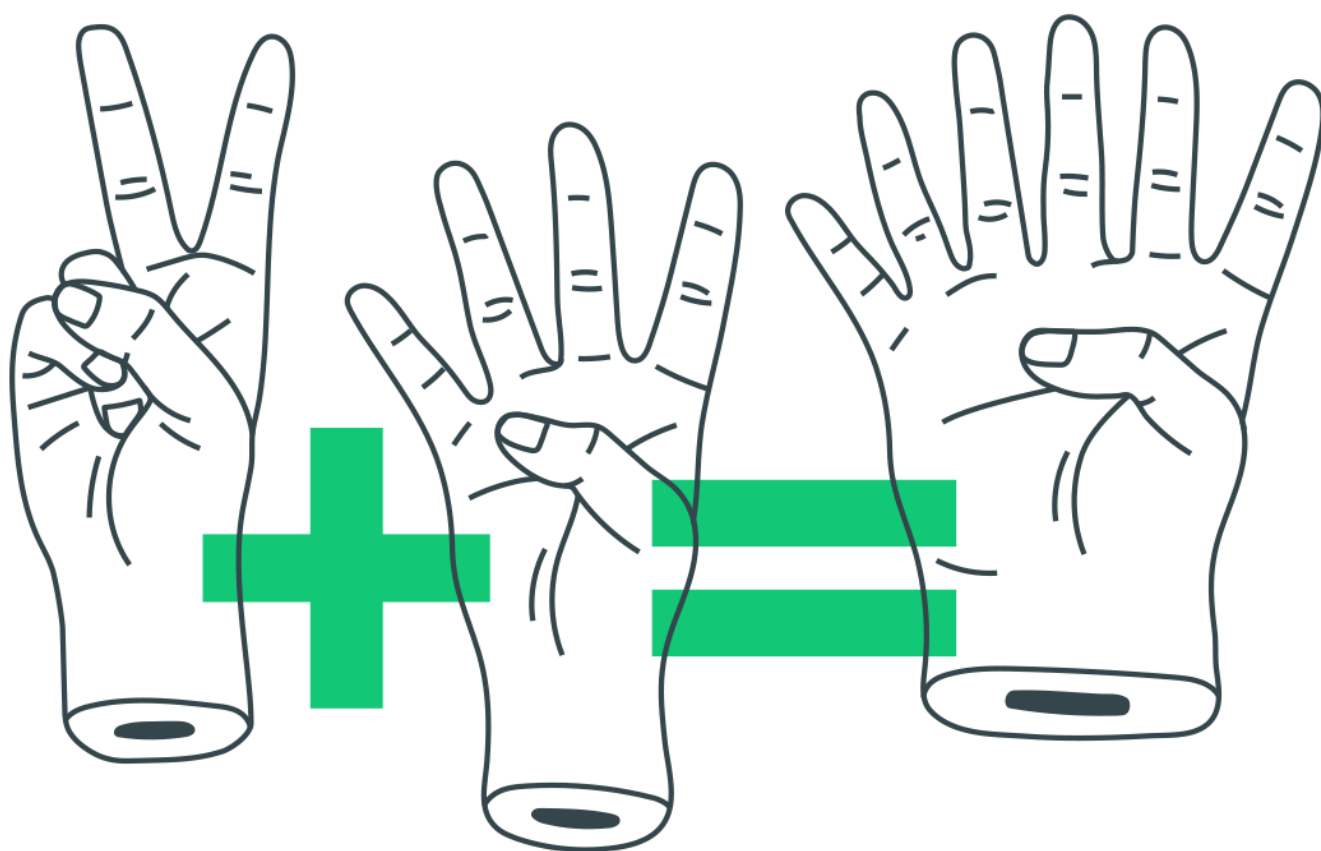


Geometria Analítica - Vetores

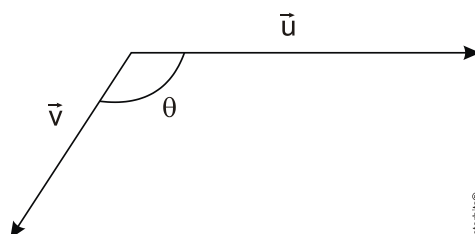


Geometria Analítica - Vetores

1. Considere $\vec{u} = -\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{w} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{v} = 2\vec{u} + \vec{w}$ vetores no \mathbb{R}^3 e θ o ângulo entre os vetores $\vec{u} \times \vec{v}$ e \vec{w} . Qual é o valor da expressão $\left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{3} + \cos \frac{\theta}{2} \right)$?

- a) $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{6}$
- b) $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$
- c) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$
- d) $\frac{2 + \sqrt{3}}{6}$
- e) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$

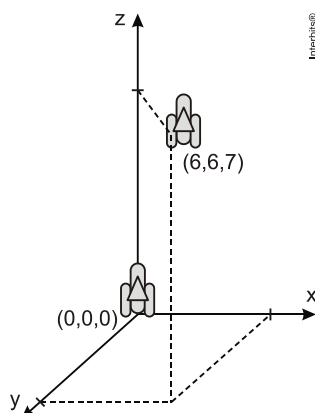
2. Os vetores \vec{u} e \vec{v} , representados na figura a seguir, têm módulos, respectivamente, iguais a 8 e 4, e o ângulo θ mede 120° .



Qual é o módulo do vetor $\vec{u} - \vec{v}$?

- a) $3\sqrt{3}$
- b) $4\sqrt{3}$
- c) $5\sqrt{3}$
- d) $3\sqrt{5}$
- e) $4\sqrt{5}$

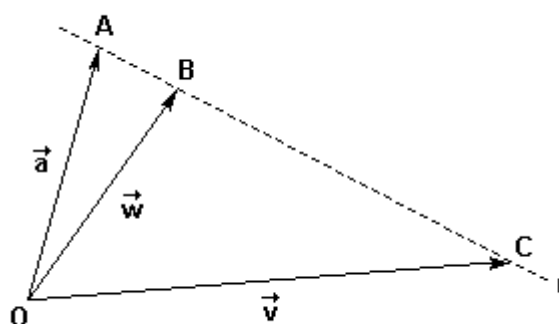
3. Um foguete foi lançado do marco zero de uma estação e após alguns segundos atingiu a posição $(6, 6, 7)$ no espaço, conforme mostra a figura. As distâncias são medidas em quilômetros.



Considerando que o foguete continuou sua trajetória, mas se deslocou 2 km para frente na direção do eixo-x, 3 km para trás na direção do eixo-y, e 11 km para frente, na direção do eixo-z, então o foguete atingiu a posição

- a) (17, 3, 9).
- b) (8, 3, 18).
- c) (6, 18, 3).
- d) (4, 9, - 4).
- e) (3, 8, 18).

4. Os pontos A, B e C estão sobre uma reta r e B está entre A e C. Sendo O um ponto fora de r , considere os vetores $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{v} = \overrightarrow{OC}$ e $\vec{w} = \overrightarrow{OB}$. Sabendo que $\overline{BC} = 4 \overline{AB}$, determine x e y de forma que $\vec{w} = x\vec{a} + y\vec{v}$.



Gabarito

1. A

$$\mathbf{u} = -\mathbf{i} + \mathbf{j} + 0 \cdot \mathbf{k} = \langle -1, 1, 0 \rangle$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{i} + 0\mathbf{j} + 1 \cdot \mathbf{k} = \langle 1, 0, 1 \rangle$$

$$\mathbf{w} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 1 \cdot \mathbf{k} = \langle 3, -2, 1 \rangle$$

$$\vec{\mathbf{u}} \times \vec{\mathbf{v}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \langle 1, 1, -1 \rangle$$

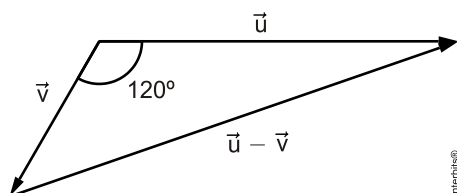
$$\text{Logo, } \frac{1 \cdot 3 + 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

Portanto:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{6}.$$

2. B

Considere a figura.



Pela Lei dos Cossenos, segue que

$$|\vec{\mathbf{u}} - \vec{\mathbf{v}}|^2 = |\vec{\mathbf{u}}|^2 + |\vec{\mathbf{v}}|^2 - 2 \cdot |\vec{\mathbf{u}}| \cdot |\vec{\mathbf{v}}| \cdot \cos 120^\circ$$

$$|\vec{\mathbf{u}} - \vec{\mathbf{v}}|^2 = 8^2 + 4^2 - 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$|\vec{\mathbf{u}} - \vec{\mathbf{v}}| = \sqrt{112}$$

$$|\vec{\mathbf{u}} - \vec{\mathbf{v}}| = 4\sqrt{7}.$$

Observação: Caso o resultado pedido fosse $|\vec{\mathbf{u}} + \vec{\mathbf{v}}|$, a resposta seria a alternativa [B].

3. B

Supondo que “para trás” signifique um deslocamento no sentido negativo, e “para frente” corresponda a um deslocamento no sentido positivo de cada eixo, segue que a posição atingida pelo foguete é dada por $(6+2, 6-3, 7+11) = (8, 3, 18)$.

4. $x = \frac{4}{5}$ e $y = \frac{1}{5}$