

Geometria Analítica: Vetores

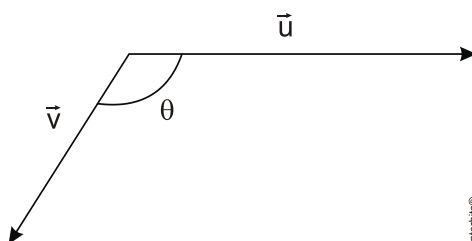


Geometria Analítica: Vetores

1. (Esc. Naval 2013) Considere $\vec{u} = -\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{w} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{v} = 2\vec{u} + \vec{w}$ vetores no \mathbb{R}^3 e θ o ângulo entre os vetores $\vec{u} \times \vec{v}$ e \vec{w} . Qual é o valor da expressão $\left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{3} + \cos \frac{\theta}{2} \right)$?

- a) $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{6}$
- b) $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$
- c) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$
- d) $\frac{2 + \sqrt{3}}{6}$
- e) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$

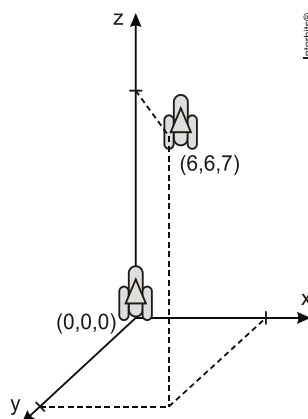
2. (Upe 2013) Os vetores \vec{u} e \vec{v} , representados na figura a seguir, têm módulos, respectivamente, iguais a 8 e 4, e o ângulo θ mede 120° .



Qual é o módulo do vetor $\vec{u} - \vec{v}$?

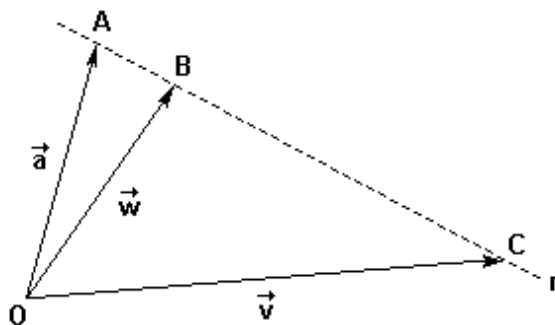
- a) $3\sqrt{3}$
- b) $4\sqrt{3}$
- c) $5\sqrt{3}$
- d) $3\sqrt{5}$
- e) $4\sqrt{5}$

3. (Enem 2ª aplicação 2010) Um foguete foi lançado do marco zero de uma estação e após alguns segundos atingiu a posição $(6, 6, 7)$ no espaço, conforme mostra a figura. As distâncias são medidas em quilômetros.



Considerando que o foguete continuou sua trajetória, mas se deslocou 2 km para frente na direção do eixo-x, 3 km para trás na direção do eixo-y, e 11 km para frente, na direção do eixo-z, então o foguete atingiu a posição

- a) $(17, 3, 9)$.
 - b) $(8, 3, 18)$.
 - c) $(6, 18, 3)$.
 - d) $(4, 9, -4)$.
 - e) $(3, 8, 18)$.
4. (Ufrj 2002) Os pontos A, B e C estão sobre uma reta r e B está entre A e C. Sendo O um ponto fora de r , considere os vetores $\vec{a} = \vec{OA}$, $\vec{v} = \vec{OC}$ e $\vec{w} = \vec{OB}$. Sabendo que $\overline{BC} = 4 \overline{AB}$, determine x e y de forma que $\vec{w} = x\vec{a} + y\vec{v}$.



Gabarito

1. A

$$u = -i + j + 0 \cdot k = \langle -1, 1, 0 \rangle$$

$$v = i + 0j + 1 \cdot k = \langle 1, 0, 1 \rangle$$

$$w = 3i - 2j + 1 \cdot k = \langle 3, -2, 1 \rangle$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \langle 1, 1, -1 \rangle$$

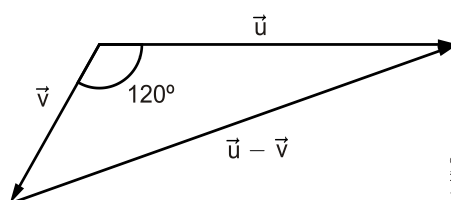
$$\text{Logo, } \frac{1 \cdot 3 + 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

Portanto:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{6}.$$

2. B. Nenhuma das alternativas está correta.

Considere a figura.



Pela Lei dos Cossenos, segue que

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 - 2 \cdot |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos 120^\circ$$

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = 8^2 + 4^2 - 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$|\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{112}$$

$$|\vec{u} - \vec{v}| = 4\sqrt{7}.$$

Observação: Caso o resultado pedido fosse $|\vec{u} + \vec{v}|$, a resposta seria a alternativa [B].

3. B. Supondo que “para trás” signifique um deslocamento no sentido negativo, e “para frente” corresponda a um deslocamento no sentido positivo de cada eixo, segue que a posição atingida pelo foguete é dada por $(6+2, 6-3, 7+11) = (8, 3, 18)$.
4. $x = \frac{4}{5}$ e $y = \frac{1}{5}$

-
5. No gabarito, o primeiro parágrafo de cada resposta recebe o estilo “Resposta 1º Parágrafo”. Na maioria dos gabaritos com respostas diretas como nos materiais de matemática, por exemplo, somente o estilo “Resposta 1º Parágrafo” será usado.
 6. No gabarito, o primeiro parágrafo de cada resposta recebe o estilo “Resposta 1º Parágrafo”.
A partir do segundo parágrafo de cada resposta, o estilo “Resposta 2º Parágrafo” será aplicado. Esse uso independe da quantidade de parágrafos que a resposta possuir.
 7. Em gabaritos com respostas extensas (como nesse exemplo), um parágrafo de espaçamento será aplicado entre cada tópico para fazer com que os textos “respirem”.
 8. Em gabaritos com respostas diretas (menos de uma linha ou apenas uma alternativa correta), não existirá o espaçamento entre os tópicos. O “respiro” não se faz necessário.