

Sumário

Prefácio	9
Introdução	11
1 Cálculo proposicional	13
1.1 A linguagem $\mathcal{P}$ da lógica proposicional clássica	15
1.1.1 Sintaxe	15
1.1.2 Parênteses	19
1.1.3 Semântica	22
1.1.4 Substituição	37
1.2 Conjunto completo de conectivos	39
1.3 Forma normal conjuntiva	49
1.3.1 Forma normal conjuntiva completa	52
1.4 Forma normal disjuntiva	54
1.4.1 Forma normal disjuntiva completa	56
1.5 Lógica matemática e aplicações	58
1.5.1 Princípio de indução matemática	58
1.5.2 Condição necessária e suficiente	61
1.5.3 Demonstrações em aritmética	63
1.5.4 Euclides e os infinitos números primos	65
1.5.5 O crivo de Eratóstenes	67
1.5.6 Euler e a demonstração de que há infinitos números primos	69
1.5.7 Prova de que $\sqrt{2}$ não é um número racional	73
1.5.8 Álgebra booleana, teoria de conjuntos e lógica ma- temática	74
1.6 Exercícios	76

2	<i>Tableaux</i> analíticos	83
2.1	Sistema formal - <i>Tableaux</i> analíticos	83
2.1.1	Abordagem intuitiva	84
2.1.2	Abordagem formal	87
2.1.3	Fórmulas do tipo β e fórmulas do tipo α	90
2.1.4	Extensões de ramos	92
2.2	Deduções- <i>tableaux</i>	100
2.3	Correção	113
2.3.1	Consistência	121
2.3.2	Conjuntos maximais	123
2.4	Completude via conjuntos maximais consistentes	125
2.5	Completude e conjuntos de Hintikka	128
2.6	Exercícios	134
3	Regras de inferência	141
3.1	Inferência lógica	141
3.2	Aplicação na matemática	148
3.3	Exercícios sobre regras de inferência	149
4	Método axiomático	153
4.1	Axiomas	153
4.2	Aplicações em matemática e exercícios	157
4.3	Exercícios sobre métodos axiomáticos	161
5	Cálculo de quantificadores	163
5.1	Noção intuitiva de quantificadores	163
5.2	Cálculo de quantificadores e linguagem do dia a dia	168
5.3	Linguagem $\mathcal{L}_Q$ do cálculo de quantificadores	171
5.3.1	Variáveis livres e ligadas	175
5.4	Semântica de $\mathcal{L}_Q$	177
5.4.1	Interpretação de $\mathcal{L}_Q$	180
5.5	<i>Tableaux</i> analíticos para $\mathcal{L}_Q$	190
5.5.1	Regras- <i>tableaux</i> para $\mathcal{L}_Q$	192
5.6	Aplicações em matemática	207
5.7	Exercícios sobre quantificadores	210
5.8	Exercícios diversos	214
	Bibliografia	221
	Índice	224