

Sequência didática

Sequências de números e de figuras

É comum que antes mesmo de dar início à vida escolar, alguns alunos já tenham tido contato com algum tipo de sequência. Podem, por exemplo, ter organizado os brinquedos por tamanho ou seguido uma sequência de cores. Nessa sequência didática, o foco será o estudo das sequências numéricas ou figurais, priorizando a regra de formação e alguns de seus termos.

A BNCC na sala de aula

Objeto de conhecimento	Sequências recursivas e não recursivas.
Competências específicas	4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes. 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
Habilidades	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
Objetivos de aprendizagem	Determinar a regra de formação de uma sequência. Determinar o n-ésimo termo de uma sequência.

Conteúdo	Sequências.
----------	-------------

Materiais e recursos

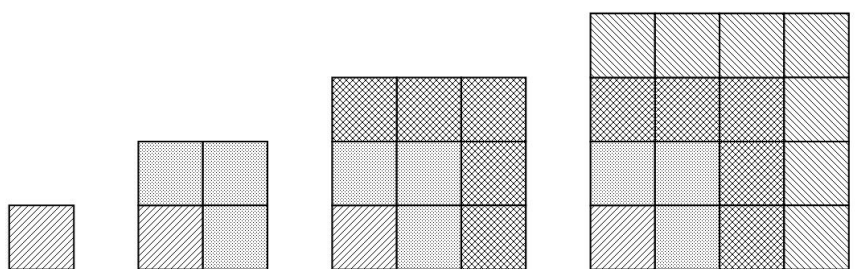
- Folha de atividades.

Desenvolvimento

- Quantidade de aulas: 3.

Aula 1

Iniciar a aula apresentando as 4 figuras a seguir como uma sequência e solicitar aos alunos que as analisem.



Elaborado pelo autor.

Sequência formada por figuras.

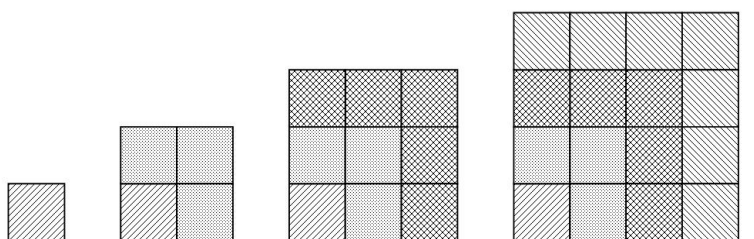
Em seguida, propor uma conversa com o foco nas observações, questionando o que as figuras representam e investigando as percepções dos alunos. Perguntar sobre quantos termos pode ter essa sequência e assim por diante.

Espera-se que os alunos concluam que esta é uma sequência infinita, que todos os termos serão figuras de quadrados, que o primeiro termo é a primeira figura, formada por 1 quadradinho, o segundo por 4 quadradinhos congruentes ao da primeira figura, o terceiro por 9 quadradinhos congruentes aos demais e o quarto por 16 quadradinhos também congruentes, e assim por diante. Também é esperado que os alunos observem a regra estabelecida para a formação dessa sequência. Uma das possibilidades é notar que os termos formam uma sequência na qual cada termo (ou figura nesse caso) é um quadrado

formado por p quadradinhos menores, sendo p igual aos números quadrados perfeitos: 1, 4, 9, 16, 25...

Na continuidade da aula, disponibilizar algumas atividades para a fixação dos conceitos estudados, tais como as apresentadas a seguir. Nesse momento é interessante orientar que registrem a ordem da figura na sequência e a quantidade de quadradinhos com as quais ela é formada.

1. Observe a sequência e faça o que se pede.



Elaborado pelo autor.

a) Descreva a regra de formação dessa sequência.

Sequência na qual cada termo é uma figura de quadrado formada por p quadrados menores, sendo p igual aos números quadrados perfeitos: 1, 4, 9, 16, 25...

b) Observe essas expressões:

1	1+3	1+3+5	1+3+5+7
---	-----	-------	---------

• Que relação existe entre as expressões e a sequência de figuras?

Na figura, o número de quadradinhos de cada termo representa a sequência de números naturais elevados ao quadrado. Na expressão, cada termo é formado pelo termo anterior acrescido do próximo ímpar da sequência. Na prática, os termos da sequência representarão o mesmo número ou quantidade de quadradinhos.

c) Determine a quantidade de quadradinhos utilizada na 8ª figura dessa sequência.

A 8ª figura será composta por 64 quadradinhos.

Figura 1 → 1 quadrado.

Figura 2 → 2² quadrados.

Figura 3 → 3² quadrados.

Figura 4 → 4² quadrados.

...

Logo, a figura 8 será formada por 64 quadradinhos, pois $8^2 = 64$.

d) Determine a ordem da figura que será composta por 361 quadrados.

19ª figura.

$\sqrt{361} = 19$. Logo, a figura 19 será composta por 361 quadradinhos, pois $19^2 = 361$.

2. Crie uma sequência de figuras e troque com um colega para que ele possa descrevê-la.

Resposta pessoal.

3. Crie uma regra para que um colega possa desenhar a sequência de figuras correspondente.

Resposta pessoal.

Enquanto os alunos estiverem resolvendo as atividades, observar a linguagem utilizada e verificar se compreenderam a regra de formação das sequências. No momento das trocas, orientar para que analisem se o colega criou uma resposta correta, porém diferente da esperada ou, ainda, se a figura ou a regra geram algum tipo de dúvida. Ao final, selecionar algumas das sequências para apresentar à turma e verificar oralmente se compreenderam as regras de formação.

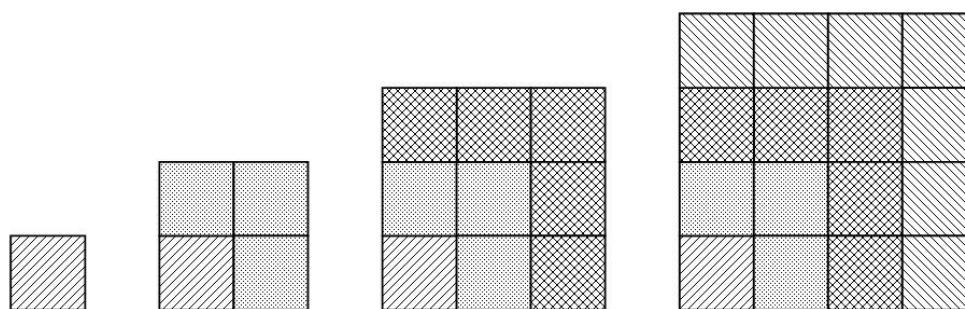
Aula 2

Iniciar a aula apresentando novamente a sequência estudada no início da aula anterior. Analisar a sequência de forma a relembrar aos alunos que a figura 1 tem 1 quadradinho, a figura 2 tem $(1 + 3)$ quadradinhos e, da mesma maneira, a figura 3 tem $(1 + 3 + 5)$ quadradinhos, ou seja, a figura n , sendo n um número natural maior do que zero, representa a soma dos n primeiros números naturais ímpares.

Uma das possibilidades é desenhar a sequência na lousa e registrar as quantidades de quadradinhos logo abaixo. Em seguida, pedir aos alunos que, utilizando o mesmo raciocínio, determinem a quantidade de quadradinhos da figura seguinte. Completar, reforçando que cada figura representa a soma dos n primeiros números ímpares.

Na continuidade da aula, disponibilizar algumas atividades para que os alunos se aprofundem um pouco mais no estudo das sequências, iniciado na aula anterior. A seguir, são apresentados alguns exemplos.

1. A quantidade de quadradinhos que compõe cada termo dessa sequência representa a soma dos n primeiros números naturais ímpares.



Elaborado pelo autor.

- a) Qual é a figura que nos permite determinar a soma dos 20 primeiros números naturais ímpares? E qual é essa soma?

A figura 20 é a que representará a soma dos 20 primeiros números naturais ímpares, pois:

Figura 1 → primeiro número ímpar.

Figura 2 → soma dos 2 primeiros números ímpares.

Figura 3 → soma dos 3 primeiros números ímpares.

Figura 4 → soma dos 4 primeiros números ímpares.

Logo, a figura 20 será correspondente à soma dos 20 primeiros números ímpares.

Essa soma será dada por $20^2 = 400$.

- b) Qual é a soma dos 100 primeiros números ímpares?

A soma será correspondente a figura 100 dessa sequência, que é composta pela seguinte quantidade de quadradinhos: $100^2 = 10\ 000$. Assim, a soma dos 100 primeiros números ímpares é 10 000.

- c) Qual é a expressão que representa a soma dos n primeiros números naturais ímpares?

A expressão é n^2 , pois:

primeiro número ímpar → soma: $1^2 = 1$.

2 primeiros números ímpares → soma: $2^2 = 4$.

3 primeiros números ímpares → soma: $3^2 = 9$.

n primeiros números ímpares → soma: n^2 .

- d) O número 2 025 representa a soma de quantos dos primeiros números ímpares?

O número 2 025 representa a soma dos 45 primeiros números naturais ímpares, pois $\sqrt{2\ 025} = 45$.

2. Considerando uma sequência que corresponde à soma dos n primeiros números pares, faça o que se pede.

- a) Qual é a soma dos 3 primeiros números pares?

A soma é 6, pois $0 + 2 + 4 = 6$.

- b) Qual é a soma dos 4 primeiros números pares?

A soma é 12, pois $0 + 2 + 4 + 6 = 12$.

c) Qual é a soma dos 5 primeiros números pares?

A soma é 20, pois $0 + 2 + 4 + 6 + 8 = 20$.

d) Escreva os 6 primeiros termos de uma sequência na qual cada termo represente a soma de n primeiros números pares.

Os 6 primeiros termos da sequência serão: 0, 2, 6, 12, 20, 30,...

e) O número 80 faz parte da sequência na qual cada termo representa a soma de n primeiros naturais pares?

Não faz parte, pois a sequência será dada por 0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90,...

f) Qual é a expressão que representa a soma de n primeiros números naturais pares?

A expressão que representa a soma de n primeiros números naturais pares é $(n - 1) \cdot n$. Pois:

1º termo $\rightarrow 0 = 0 \cdot 2$

2º termo $\rightarrow 2 = 1 \cdot 2$

3º termo $\rightarrow 6 = 2 \cdot 3$

4º termo $\rightarrow 12 = 3 \cdot 4$

5º termo $\rightarrow 20 = 4 \cdot 5$

n -ésimo termo $\rightarrow (n - 1) \cdot n$

Aula 3

Iniciar a aula apresentando aos alunos a seguinte sequência numérica: (1, 2, 4, 8, 16, ...).

Solicitar que a analisem da mesma maneira com que fizeram nas sequências estudadas nas aulas anteriores e procurem identificar a regra de formação, bem como seus próximos termos.

Em seguida, propor uma conversa procurando resumir suas impressões. Espera-se que os alunos observem que essa sequência apresenta as potências de base 2 com expoente natural, ou seja ($2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \dots$).

Perguntar então:

- Qual é o 8º termo dessa sequência?

128, pois $2^7 = 128$.

- Qual a ordem ocupada pelo termo de valor 1 024?

11º termo, pois $2^{10} = 1 024$.

- Qual a ordem ocupada pelo termo de valor 542 288? Use uma calculadora.

20º termo, pois $2^{19} = 542\,288$.

- Conhecendo o 5º termo da sequência, como você pode obter o 6º termo?

Multiplicando o 5º termo por 2.

Nessa sequência, é provável que os alunos demorem um pouco mais para responder cada um dos itens, devido aos cálculos envolvidos. Ao finalizarem, organizá-los em duplas e propor que cada um crie uma nova sequência, cuja regra utilize o termo anterior e troquem com o colega para que este escreva a sequência.

Para trabalhar dúvidas

Caso algum aluno apresente dificuldades na identificação das regras de formação das sequências, propor que escreva os termos da sequência e depois os analise, escrevendo a regra com palavras, e, depois, usando expressões matemáticas.

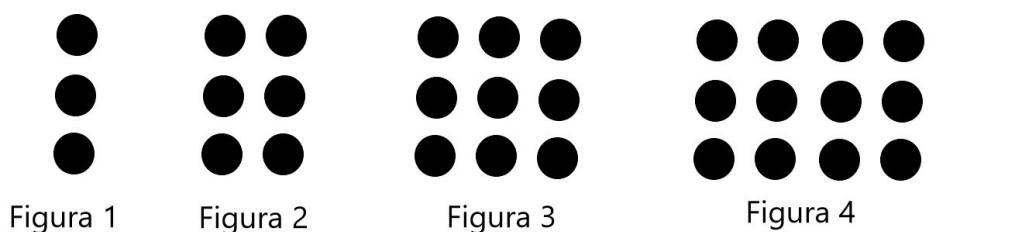
Ao perceber que as sequências que envolvem potenciação são demasiadamente difíceis para algum aluno, certifique-se que dominam a potenciação, bem como o cálculo da raiz quadrada.

Avaliação

Observar se os alunos compreenderam a regra de formação de uma sequência e se conseguem aplicá-la na determinação de novos termos.

Verificar se os alunos são capazes de criar uma regra de formação para uma sequência. As atividades a seguir podem contribuir na proposta de uma avaliação.

1. Observe a sequência:



Elaborado pelo autor.

a) Quantas bolinhas serão utilizadas na figura 5?

15 bolinhas, pois $5 \cdot 3 = 15$.

b) Em qual figura serão utilizadas 342 bolinhas?

114, pois $342 : 3 = 114$.

c) Qual a regra de formação dessa sequência?

A figura 1 é formada por 3 bolinhas ($3 \cdot 1 = 3$). A figura 2 é formada por 6 bolinhas ($2 \cdot 3 = 6$) e a figura 3 por 9 bolinhas ($3 \cdot 3 = 9$). Assim, cada figura tem uma dada quantidade de colunas com 3 bolinhas e essa quantidade depende da ordem da figura. Se for a primeira figura, 1 coluna, se for a segunda figura, 2 colunas, e assim por diante.

d) Chamando de n a ordem da figura, sendo n um número natural maior do que zero, quantas bolinhas terá a n -ésima figura?

A n -ésima figura terá $3n$.

2. Elabore uma sequência com figuras e, depois, explique qual é a regra de formação dela.

Resposta pessoal.

Ampliação

Em muitas das sequências numéricas, e também nas formadas por figuras, existe mais de uma maneira de descrevê-las. Para mostrar isso aos alunos e levá-los a refletir sobre a descrição da mesma e de sua regra de formação, deve-se organizá-los em duplas e distribuir uma folha de papel a cada um.

Propor que se sentem virados de costas, uns para os outros, e que desenhem uma sequência utilizando uma figura qualquer. Em seguida, solicitar que o aluno descreva a imagem dos três primeiros termos para o colega a fim de que:

- desenhe os três primeiros termos dessa sequência;
- desenhe os dois próximos termos da sequência;
- escreva a regra de formação da sequência.

Em seguida, propor a eles que façam a conferência dos resultados obtidos. Havendo tempo disponível, é desejável mostrar aos alunos algumas descrições e interpretações por eles elaboradas.