

# Sequência didática

## Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais

Nesta sequência didática, serão abordadas as grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, estendendo esse estudo às porcentagens e ampliando, assim, o repertório de estratégias que podem ser empregadas na resolução de problemas.

### A BNCC na sala de aula

Objetos de conhecimento	Porcentagens Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.
Competências específicas	2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. 8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.
Habilidades	(EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais. (EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Objetivos de aprendizagem	Identificar grandezas diretamente proporcionais e resolver problemas. Identificar grandezas inversamente proporcionais e resolver problemas. Resolver problemas envolvendo o cálculo de porcentagens.
Conteúdos	Grandezas diretamente proporcionais. Grandezas inversamente proporcionais. Porcentagem.

## Materiais e recursos

- Calculadora.

## Desenvolvimento

- Quantidade de aulas: 4.

### Aula 1

Muitas vezes, ao resolver problemas, os alunos utilizam o raciocínio envolvendo proporcionalidades. Por exemplo, se afirmarmos que, com 200 g de polvilho é possível fazer 12 biscoitos e perguntarmos quantos biscoitos, iguais aos anteriores, podem ser produzidos utilizando 400 g de polvilho, possivelmente a maior parte dos alunos responderá prontamente que serão 24 biscoitos.

Nessa aula, questões como essa serão apresentadas, porém, eles deverão perceber que nem todas as grandezas se relacionam ou se relacionam de maneira proporcional.

Iniciar a aula propondo uma roda de conversa com os alunos sobre a organização de uma confraternização, a partir da seguinte situação-problema (escrever na lousa os principais dados, pois poderão servir para eventuais consultas):

A confraternização será realizada em um salão de festas cujo aluguel para o dia é de R\$ 200,00 e tem espaço disponível para 100 pessoas. O custo com alimentação e bebidas é de R\$ 30,00 por pessoa e a decoração para esse salão é R\$ 100,00.

Em seguida, propor aos alunos as seguintes questões, com base nessa situação-problema.

- Caso compareçam 50 pessoas nessa confraternização, qual será o valor do aluguel do salão de festas para o dia?

O custo do aluguel permanece o mesmo, ou seja, R\$ 200,00.

- Caso compareçam 40 pessoas nessa confraternização, qual será o custo com alimentação e bebidas?

O custo com alimentação e bebidas para 40 pessoas será R\$ 1 200,00, pois  $40 \cdot 30 = 1\ 200$ .

- Existe algum custo nessa confraternização que não tenham variação de custo em relação à quantidade de pessoas? Qual(is)?

Sim, o aluguel e a decoração do salão de festas.

É possível que, devido a vivências anteriores, os alunos acrescentem outros custos, por exemplo, aluguel de máquinas ou brinquedos.

- Quais os custos que variam conforme a quantidade de pessoas?

Os custos com alimentação e bebidas.

Novamente é possível que, devido a vivências anteriores, os alunos acrescentem outros custos, tais como copos, guardanapos, ou ainda, lembrancinhas.

- Qual o valor máximo gasto com aluguel desse salão de festas para o dia?

O valor é fixo, de R\$ 200,00.

- Qual o valor mínimo gasto com alimentação e bebidas, considerando que haverá pelo menos uma pessoa na confraternização?

O valor mínimo gasto com alimentação e bebidas, considerando a presença de apenas 1 pessoa, será de R\$ 30,00.

- Considerando apenas os itens apresentados na situação, quais os possíveis valores mínimo e máximo para o custo da confraternização?

O valor mínimo é R\$ 330,00, para uma confraternização com a presença de apenas 1 pessoa e valor máximo de R\$ 3 300,00, no caso de a confraternização atingir a lotação máxima do salão, que é de 100 pessoas.

- Qual será o custo de uma confraternização para 50 pessoas?

O custo total será de R\$ 1 800,00.

Além dessas questões, dependendo das respostas dos alunos, outras poderão ser criadas. Assim, é interessante explorar novas questões, na medida que forem surgindo, procurando levá-los a perceber que, quanto mais pessoas comparecerem nessa

confraternização, mais cadeiras serão utilizadas, ou ainda, maior a quantidade de salgados consumidos, e assim por diante.

Na sequência, retomar a situação proposta no início desta aula para que os alunos a analisem e determinem as quantidades solicitadas. Essa situação pode ser discutida com toda a turma, construindo na lousa um esquema como o apresentado a seguir.



Elaborado pelo autor.

Orientar que é possível multiplicar e dividir as quantidades correspondentes as duas grandezas pelo mesmo número, diferente de zero. Além disso, para obter a quantidade de polvilho necessária para preparar certa quantidade de biscoitos, é possível usar também a adição. Por exemplo, para determinar a quantidade de polvilho para preparar 30 unidades de biscoito, pode-se adicionar 400 g (24 unidades) e 100 g (6 unidades).

Após a resolução coletiva dessa situação, propor aos alunos que resolvam as atividades a seguir. No momento da correção, pedir a alguns alunos para compartilharem as estratégias utilizadas para a resolução da atividade.

**1. Observe os ingredientes e o rendimento de uma receita de biscoito de polvilho e faça o que se pede.**

400 g de polvilho doce.

250 g de açúcar.

1 gema.

250 g de manteiga.

1 colher (café) de sal.

2 colheres (café) de fermento.

Rendimento: 24 unidades.

a) Qual a quantidade de polvilho doce necessária para se preparar:

- 18 unidades?

300 g.

- 10 unidades?

Aproximadamente 167 g.

- 9 unidades?

150 g.

- 45 unidades?

750 g.

- 30 unidades?

500 g.

- 60 unidades?

1 000 g.

b) Quantas unidades rendem:

- 3 receitas?

72 unidades.

- 5 receitas?

120 unidades.

- 10 receitas?

240 unidades.

2. Uma máquina produz 200 cópias em 4 minutos.

a) Mantendo esse mesmo ritmo de produção, qual o tempo gasto por essa máquina para se produzir:

- 100 cópias?

2 minutos.

- 150 cópias?

3 minutos.

- 50 cópias?

1 minuto.

- 25 cópias?

30 segundos.

b) Quantas cópias são produzidas em 1 hora?

3 000 cópias.

**3.** Uma porção de 100 g de abacaxi tem cerca de 22 mg de cálcio. Quantos miligramas de cálcio tem uma porção de 1,5 kg dessa fruta?

300 mg.

## Aula 2

Dando continuidade ao tema, retomar com os alunos o estudo iniciado na aula anterior, lembrando que nem todas as grandezas se relacionam ou se relacionam de maneira proporcional. Em seguida, apresentar a eles a seguinte situação:

"Quando Artur completou 1 ano, ele tinha 70 cm de altura. Isso significa que aos 2 anos ele terá 140 cm?"

Espera-se que os alunos percebam que uma criança de 2 anos, como regra geral, não tem 140 cm. Se tivesse, estaríamos concordando que as grandezas idade e altura são diretamente proporcionais, logo aos 10 anos, Artur teria 700 cm, ou 7 metros de altura, o que é absurdo.

É importante que os alunos compreendam que existe uma relação entre a idade e a estatura: enquanto aumenta a idade, a estatura também aumenta. Porém, a relação entre essas grandezas não é proporcional.

Pedir aos alunos que analisem uma atividade como a apresentada a seguir, e então promova uma resolução coletiva. Em seguida, solicitar aos alunos que resolvam outras atividades, para auxiliar na compreensão do conteúdo.

**1.** Os alunos do 8º de um colégio vão participar de uma gincana, na qual deverão arrecadar latinhas de alumínio. Ao final, a equipe vencedora receberá 100 brindes, a serem distribuídos igualmente entre os integrantes da equipe.

a) Imagine que a equipe vencedora seja formada por 5 alunos. Quantos brindes cada aluno receberá?

20 brindes.

b) Se a equipe vencedora for formada por 10 alunos, quantos brindes cada um receberá?

10 brindes.

c) Se dobrarmos a quantidade de integrantes da equipe, o que ocorre com a quantidade de brindes que cada um vai receber?

A quantidade de brindes de cada aluno será reduzida pela metade.

d) Se reduzirmos a quantidade de integrantes da equipe pela metade, o que ocorre com a quantidade de brindes que cada um vai receber?

A quantidade de brindes de cada aluno dobra.

2. Uma *pizza* será dividida em pedaços de mesmo tamanho, de maneira que cada pessoa receba um pedaço. O que se pode afirmar sobre o tamanho do pedaço e a quantidade de pessoas?

Pode-se afirmar que, quanto maior a quantidade de pessoas, menor será o pedaço da *pizza*.

3. Durante um treino para uma prova, um ciclista percorreu 60 km em 3 horas. Considerando que sua velocidade tenha sido constante, quanto tempo esse ciclista levaria para concluir uma prova de 100 km?

5 horas.

4. Alguns amigos vão fazer uma viagem de férias e decidiram dividir as despesas de combustível e pedágio. Estimando R\$ 250,00 de combustível e R\$ 70,00 de pedágio, responda às questões a seguir.

a) Considerando que quatro amigos irão participar dessa viagem, quanto cada um deles irá pagar?

R\$ 80,00.

b) Considerando que cinco amigos irão participar dessa viagem, quanto cada um deles irá pagar?

R\$ 64,00.

c) Quanto mais amigos participarem da viagem, o que acontecerá com o valor a pagar?

Quanto mais amigos participarem da viagem, menor será o valor que cada um deles vai pagar.

- d) No local onde os amigos pretendem acampar é cobrado a diária de R\$ 20,00 por pessoa. Quanto eles irão pagar caso fiquem acampados por 10 dias? E por 12 dias?

Cada amigo irá pagar R\$ 200,00 por 10 dias. Cada amigo irá pagar R\$ 240,00 por 12 dias.

- e) Está correto afirmar que, quanto mais tempo eles ficarem acampados, maior será o valor a pagar?

Sim.

Quando todos tiverem finalizado, realizar a correção das atividades, reforçando quando as grandezas são diretamente proporcionais e quando são inversamente proporcionais.

### Aula 3

Organizar os alunos em duplas para que resolvam os seguintes problemas que envolvem grandezas diretamente e inversamente proporcionais. Enquanto estiverem trabalhando na resolução, é interessante acompanhar os alunos, observando os processos utilizados bem como eventuais dúvidas. Ao perceber que os alunos estão tratando grandezas diretamente proporcionais como inversamente proporcionais e vice-versa, questioná-los se, de fato, aqueles valores deveriam aumentar ou diminuir. Espera-se que os alunos analisem a situação novamente e percebam o que houve de errado no processo.

Para a correção, sugere-se a verificação individualizada, procurando identificar se os objetivos foram atingidos. Abaixo são apresentadas algumas sugestões de problemas.

#### 1. Veja as informações sobre a viagem que Renato fez de carro.

Tempo	360 minutos
Velocidade média	60 km/h

- Para que Renato realize essa mesma viagem em 288 minutos, qual deve ser a velocidade média do carro?

75 km/h.

#### 2. Para fazer um copo de 250 mL de suco de laranja, Joseli utiliza 4 laranjas. Cerca de quantas laranjas devem ser utilizadas para se preparar 5 litros de suco?

80 laranjas.



3. Uma doceira produz 420 bombons em 6 horas de trabalho. Mantendo esse ritmo, quanto tempo ela vai demorar para produzir 700 doces?

10 horas.

4. Robson serve, diariamente, 2 kg de ração para seus cinco cachorros. Com a chegada de dois novos cachorros, de mesmo porte, qual a quantidade estimada de ração que deverá ser servida diariamente?

A quantidade estimada de ração será 2,8 kg.

## Aula 4

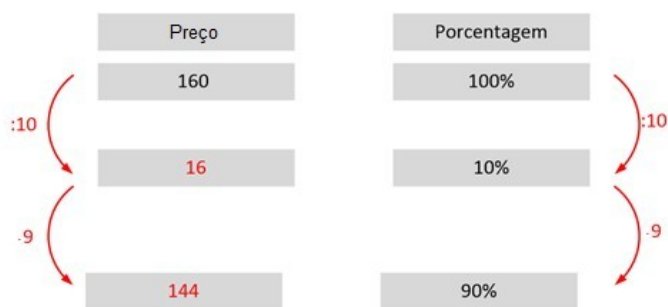
Para finalizar essa sequência didática, apresentar uma situação que envolva porcentagem e reservar um tempo para que os alunos possam resolvê-la. A seguir, um exemplo.

Matilde deseja comprar um vestido que custa R\$ 160,00. A vendedora lhe informou que, ao pagar em dinheiro, receberia um desconto de 10%. Se Matilde optar por realizar o pagamento do vestido em dinheiro, qual o valor que ela irá pagar?

Quando os alunos tiverem finalizado a atividade, propor uma conversa, procurando apresentar todas as estratégias utilizadas para a realização. Os alunos podem calcular das seguintes maneiras:

- 10% de 160 = 16;  $160 - 16 = 144$ , ou seja, R\$ 144,00.
- 90% de 160 = 144, ou seja, R\$ 144,00.
- $\frac{10}{100} \cdot 160 = 16$ ;  $160 - 16 = 144$ , ou seja, R\$ 144,00.

Em seguida, conversar com os alunos sobre as diferentes as estratégias utilizadas e procurar direcionar a conversa para que percebam que é possível usar o mesmo esquema já utilizado nas aulas anteriores.



Elaborado pelo autor.

Explorar diferentes estratégias de resolução de um mesmo problema pode enriquecer a conversa e favorecer o aprendizado. Para isso, apresentar algumas atividades a serem resolvidas e corrigidas coletivamente na lousa, utilizando diferentes estratégias. A seguir, algumas sugestões de atividades.

### 1. Calcule.

a) 30% de 120 pessoas.

36 pessoas.

b) 40% de R\$ 6 500,00.

R\$ 2 600,00.

c) 12% de 650 estudantes.

78 estudantes.

### 2. Preencha o quadro.

Preço original	Porcentagem de desconto	Porcentagem de aumento	Valor do desconto ou do aumento	Preço atual
R\$ 230,00	10%	-----	R\$ 23,00	R\$ 207,00
R\$ 214,00	-----	23%	R\$ 49,22	R\$ 263,22
R\$ 500,00	-----	22%	R\$ 110,00	R\$ 610,00
R\$ 800,00	43,75%	-----	R\$ 350,00	R\$ 450,00

### 3. Rosa decidiu comprar um *smartphone* novo e por isso fez uma pesquisa em duas lojas.

Na primeira loja, o aparelho custa R\$ 3 850,00 e pode ser parcelado em 5 prestações ou para pagamento à vista tem um desconto de 8%.

Na segunda loja, o aparelho custa R\$ 3 750,00 e tem um desconto de 5% para pagamento à vista. Porém, por ser a última peça do estoque, o vendedor ofereceu mais 5% de desconto sobre o preço à vista.

Em qual loja você aconselha Rosa a comprar o aparelho, pagando-o à vista?

**Resposta esperada:** Na segunda loja, pois o valor à vista com os descontos é de R\$ 3 384,38, enquanto que na primeira loja o valor à vista é de R\$ 3 542,00.

### Para trabalhar dúvidas

Caso algum aluno apresente dificuldade na identificação das grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, procurar exemplificar com situações ligadas à experimentos que ele possa realizar, por exemplo, imaginar uma caminhada ao redor da quadra e uma corrida, analisando o tempo gasto em cada uma.

Ao perceber alguma dificuldade relacionada às resoluções das atividades, retomar o processo passo a passo, incluindo o uso de esquemas com multiplicações e divisões. A cada atividade, é interessante mostrar mais de uma possibilidade de resolução.

Quando for identificada qualquer dificuldade nas atividades que envolvam porcentagem, verificar se os alunos compreendem o conceito de porcentagem e se conseguem identificar qual valor é considerado com 100% naquela situação. Eventualmente, a dificuldade pode ocorrer devido a não compreensão completa do processo, nesse caso, retomar o uso de esquemas com multiplicações e divisões.

### Avaliação

Observar se os alunos foram capazes de identificar grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

Verificar se os alunos conseguiram resolver problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

Avaliar se os alunos resolvem problemas envolvendo o cálculo de porcentagens.

A seguir, são apresentados exemplos de atividades de avaliação que podem ser propostas.

1. Uma máquina consegue produzir 4 800 salgados por hora. Em quanto tempo essa máquina pode produzir 3 000 salgados?

37 minutos e trinta segundos.

2. Dos 850 expectadores de um circo, 40% pagaram meia-entrada. Quantas pessoas pagaram a entrada inteira?

510 pessoas.

## Ampliação

A porcentagem é amplamente utilizada no comércio, nas questões que envolvem desconto, acréscimos, comissões, entre outros. Em determinados momentos, as pessoas precisam calcular esses valores com agilidade e, por isso, usam a calculadora.

O contexto e objetivo desta sequência didática abre espaço para a exploração do uso da calculadora e da função de porcentagem, presente em todas as calculadoras, mesmo nas mais simples.

Propor aos alunos que efetuem, no caderno, 10% de desconto sobre o valor de R\$ 800,00 e o valor correspondente caso esse desconto seja efetivado; 10% de aumento sobre o valor de R\$ 800,00 e o valor correspondente, caso o acréscimo seja efetivado. Em seguida, pedir aos alunos que verifiquem como esses cálculos podem ser realizados utilizando a função porcentagem (%) da calculadora.