



Sequência didática

Quadriláteros

Nesta sequência, serão estudadas as construções e as propriedades dos quadriláteros por meio de um *software* geometria dinâmica. Também serão abordadas as demonstrações das propriedades utilizando-se congruência de triângulos.

A BNCC na sala de aula

Objeto de conhecimento	Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.
Competências específicas	2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
Habilidade	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.
Objetivos de aprendizagem	Reconhecer a definição geral de quadrilátero e, em especial, de trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado. Identificar trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado, a relação entre eles e suas propriedades. Demonstrar propriedades de quadriláteros com base em congruência de triângulos.
Conteúdos	Definições e propriedades dos quadriláteros. Construções geométricas.

Materiais e recursos

- Computadores que possuam instalado algum *software* livre de geometria dinâmica.

Desenvolvimento

- Quantidade de aulas: 4.

Aula 1

Verificar o conhecimento prévio dos alunos, questionando o que é um polígono. Construir o conceito por meio de diálogo com toda a turma. Fazer o mesmo com o conceito de quadrilátero e, em seguida, explicar o que são: paralelogramo, retângulo, losango, quadrado e trapézio.

Para realizar as atividades propostas, os alunos podem trabalhar em duplas ou trios. Se necessário, relembrar com eles como usar as ferramentas do *software* de geometria dinâmica necessárias para as construções. A primeira atividade trabalha a construção de um paralelogramo. Disponibilizar para os alunos uma lista de comandos e algumas questões, o que pode ser feito em material impresso ou redigido na lousa, conforme segue.

1. Construa um paralelogramo utilizando as ferramentas do *software* de geometria dinâmica seguindo o passo a passo:

- Inserir a reta AB;
- Inserir o ponto C, fora da reta AB;
- Inserir a reta BC;
- Inserir reta paralela à reta AB, que passe pelo ponto C;
- Inserir reta paralela à reta BC que passe pelo ponto A;
- Inserir o ponto D, intersecção das duas últimas retas criadas;
- Construir o polígono ABCD;
- Exibir as medidas dos ângulos internos do polígono (usar comando "ângulo" – clique nos vértices do polígono seguindo o sentido horário);
- Exibir as medidas dos lados do polígono.

2. Movimente os pontos A, B e C e descreva o que ocorre com as medidas dos lados e as medidas dos ângulos opostos.

Resposta pessoal. É importante verificar se os alunos perceberam que as medidas dos lados e as medidas dos ângulos opostos permaneceram congruentes.

3. Manipule o paralelogramo construído e verifique se é possível compor, a partir dele, um:

- retângulo.

Resposta pessoal. É esperado que os alunos percebam que é possível, uma vez que todo retângulo é um paralelogramo. Verificar as estratégias utilizadas por eles, uma delas é reposicionar os lados de maneira que todos os ângulos internos tenham 90° .

- losango.

Resposta pessoal. É esperado que os alunos percebam que é possível, uma vez que todo losango é um paralelogramo. Verificar as estratégias utilizadas por eles, uma delas é reposicionar os lados de maneira que eles tenham a mesma medida.

- quadrado.

Resposta pessoal. É esperado que os alunos percebam que é possível, uma vez que todo quadrado é um paralelogramo. Verificar as estratégias utilizadas por eles, uma delas é reposicionar os lados de maneira que eles tenham a mesma medida e que todos os ângulos internos tenham 90° .

4. Trace as diagonais desse paralelogramo e insira o ponto médio de cada diagonal.

Movimente os pontos A, B e C e explique o que ocorre com os pontos médios.

Resposta pessoal. É esperado que os alunos compreendam que as diagonais de um paralelogramo se cruzam em seus respectivos pontos médios.

É fundamental que os alunos discutam cada atividade e registrem as suas conclusões no caderno. Durante a resolução das atividades, fazer questionamentos a fim de orientar e auxiliar os alunos na construção de novos conhecimentos. Ao final da aula, pedir a eles que salvem os arquivos produzidos.

Aula 2

No início da aula, retomar os conceitos de quadrilátero, paralelogramo, retângulo, losango, quadrado e trapézio. Organizar os alunos em duplas a fim de que realizem as seguintes atividades.

1. Construa um retângulo no *software* de geometria dinâmica a partir dos seguintes comandos:

- Inserir a reta AB;
- Inserir reta perpendicular à AB, passando pelo ponto B;
- Inserir o ponto C, pertencente à última reta criada;
- Inserir reta perpendicular à reta AB, passando pelo ponto A;
- Inserir reta perpendicular à última reta criada, passando pelo ponto C;
- Inserir o ponto D, intersecção das duas últimas retas criadas (usar comando "intersecção de dois objetos");
- Construir o polígono ABCD;
- Exibir as medidas dos ângulos internos do polígono;
- Exibir as medidas dos lados do polígono.

2. Movimente os pontos A, B e C e descreva o que ocorre com as medidas dos lados e com as medidas dos ângulos.

Resposta pessoal. É esperado que os alunos percebam que as medidas dos lados opostos e as medidas dos ângulos internos do retângulo permanecem congruentes.

3. Ao manipular o retângulo construído, é possível obter a partir dele um quadrado?

Resposta pessoal. Verificar se os alunos perceberam que todo quadrado é um retângulo. Porém, nem todo retângulo é um quadrado.

4. Trace as diagonais do retângulo e deixe as medidas exibidas. Movimente os pontos A, B e C e descreva o que ocorre com as diagonais.

Resposta pessoal. É esperado que os alunos percebam que as diagonais continuam congruentes.

Em seguida, os alunos irão construir um losango, tendo como referência a seguinte lista de comandos.

1. Construa um losango no *software* de geometria dinâmica, a partir dos seguintes comandos:

- Inserir o segmento de reta AB;
- Inserir a mediatriz do segmento de reta AB;
- Inserir o ponto C, pertencente à mediatriz;
- Refletir o ponto C em relação ao segmento de reta AB, criando o ponto C';
- Construir o polígono ACBC';
- Exibir os ângulos internos do polígono.

2. Movimente os pontos A, B e C e comente o que acontece com as medidas dos lados e as medidas dos ângulos.

Resposta pessoal. Verificar se os alunos perceberam que as medidas dos lados e as medidas dos ângulos opostos permanecem congruentes.

3. Manipule o losango construído e verifique se é possível obter um quadrado a partir dele.

Resposta pessoal. Promover uma roda de conversa com os alunos, a fim de que eles exponham as estratégias utilizadas. É importante que eles compreendam que todo quadrado é um losango. E que para obter um quadrado a partir do losango, basta manipular a figura de maneira que a medida dos ângulos internos seja 90° .

4. Trace as diagonais do losango. Exibir a medida de um dos ângulos formados pelo encontro das diagonais. Movimente os pontos A, B e C, o que você pode concluir?

Resposta pessoal. É esperado que o aluno conclua que as diagonais do losango continuam perpendiculares entre si, mesmo movimentando os pontos A, B e C.

5. As diagonais dividem cada ângulo interno em dois ângulos menores. Exibir as medidas de todos estes ângulos menores. Movimente os pontos A, B e C e observe o que acontece com as medidas desses ângulos.

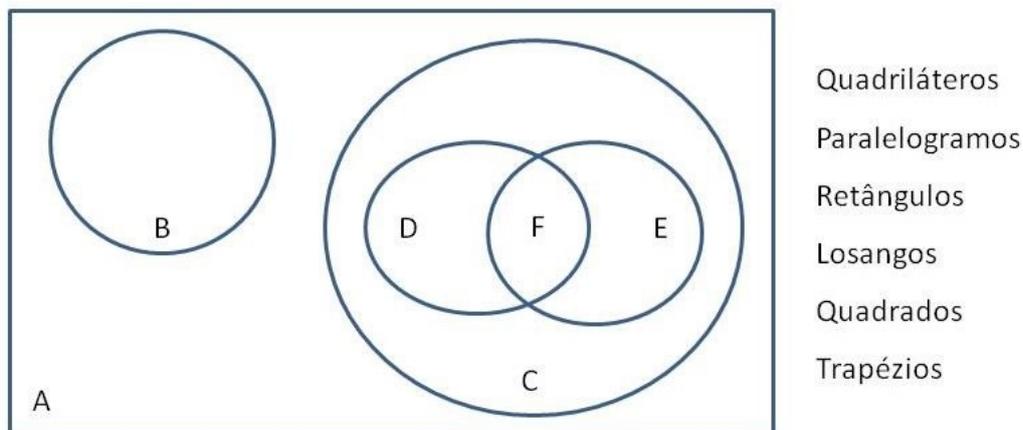
Resposta pessoal. É importante que os alunos compreendam que as diagonais do losango correspondem às bissetrizes dos ângulos internos.

Promover um momento para que os alunos discutam o que foi observado e registrar as conclusões no caderno. Ao final da aula, pedir a eles que salvem os arquivos produzidos.

Aula 3

Na terceira aula será feita a sistematização do que foi observado nas aulas anteriores sobre os quadriláteros e suas propriedades. O trabalho pode ser realizado em grupos de três integrantes e a partir das anotações e conclusões obtidas nas aulas anteriores. Disponibilizar aos alunos as duas atividades a seguir.

1. Associe cada letra do diagrama com algum dos polígonos indicados a seguir.



A - Quadriláteros, B - Trapézios, C - Paralelogramos, D - Retângulos (ou losangos), E - Losangos (ou retângulos), F - Quadrados.

2. Complete com as propriedades dos quadriláteros.

Propriedades dos Paralelogramos:

Propriedade dos Paralelogramos:

- 1) Dois lados opostos quaisquer de um paralelogramo são congruentes.
- 2) Dois ângulos opostos quaisquer de um paralelogramo são congruentes.
- 3) As diagonais de um paralelogramo se cruzam em seus respectivos pontos médios.

Propriedade dos Retângulos:

Propriedade dos Retângulos:

- 4) Em um retângulo, as diagonais são congruentes.

Propriedades dos Losangos:

Propriedades dos Losangos:

- 5) Em um losango, as diagonais são perpendiculares entre si.
- 6) Em um losango, as diagonais correspondem às bissetrizes dos ângulos internos.

Para resolver a primeira atividade, os alunos precisam compreender as relações representadas no diagrama. Para isso, é possível explorar com os alunos outros diagramas com situações do cotidiano.

Na segunda atividade, os alunos podem confundir o que é definição, o que é decorrência direta da definição e o que é propriedade. Para auxiliar, escrever na lousa as definições de todos os quadriláteros. É importante que os alunos compreendam que as propriedades que valem para os paralelogramos também valem para os retângulos (pois todo retângulo é paralelogramo), o mesmo ocorre com o quadrado e o losango, de modo que não é necessário repetir as propriedades. Dessa maneira, é esperado que os alunos obtenham seis propriedades.

Aula 4

Nesta aula, serão demonstradas as propriedades dos quadriláteros, até então só constatadas na prática por meio do *software* de geometria dinâmica. Deixar claro para os alunos a diferença entre verificar as propriedades na prática e demonstrá-las matematicamente. Como as demonstrações serão feitas com congruência de triângulos, uma revisão sobre os casos de congruência pode ser necessária.

Para demonstrar a primeira propriedade na lousa (dois lados opostos quaisquer de um paralelogramo são congruentes), decompor o paralelogramo em dois triângulos, depois, mostrar os elementos (lados e ângulos internos) que justificam a congruência dos triângulos, e, assim, a propriedade. Realizar passo a passo, conversando com a turma, pedindo contribuições dos alunos.

Orientar os alunos para realizarem a demonstração das demais propriedades, individualmente, porém podendo sentar em duplas ou trios para debater sobre o problema. Sugerir que façam de maneira análoga, utilizando congruência de triângulos, enfatizar que a demonstração de uma propriedade muitas vezes deve ser usada para demonstrar outra. No decorrer da aula, se necessário, orientá-los nas demonstrações.

Para trabalhar dúvidas

Durante as aulas com o *software* de geometria dinâmica, as dúvidas podem ser esclarecidas pontualmente para cada grupo. Caso a dúvida seja muito recorrente, pode-se fazer uma apresentação geral para a turma, para isso é possível usar um projetor ou detalhar a explicação na lousa. Outra possibilidade é propor aos grupos que finalizaram as atividades auxiliarem os colegas.

Avaliação

As três primeiras aulas podem ser avaliadas a partir das anotações e respostas dos alunos transcritas no caderno. As construções produzidas no *software* de geometria dinâmica também podem servir como avaliação. Para a aula 4, pedir que os alunos escolham uma (ou mais) das propriedades dos quadriláteros e entreguem a demonstração de forma organizada e com raciocínio coerente.

Em todas as aulas deve ser analisada a participação dos alunos nas discussões e debates, além de incluir questões para avaliar também o conteúdo aprendido, como as propostas a seguir:

1. Associe corretamente os vocábulos que dão nome aos quadriláteros com suas definições:
 - 1) Paralelogramo.
 - 2) Retângulo.
 - 3) Losango.
 - 4) Quadrado.
 - 5) Trapézio.

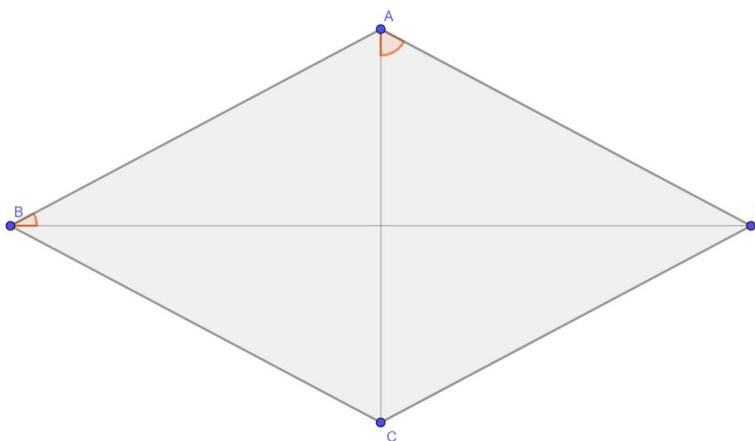
- a) Quadrilátero que possui os quatro ângulos internos retos.
- b) Quadrilátero com apenas um par de lados paralelos.
- c) Quadrilátero que possui os quatro ângulos internos retos e os quatro lados com medidas congruentes.

d) Quadrilátero com dois pares de lados opostos paralelos.

e) Quadrilátero que possui os quatro lados com medidas congruentes.

1 - D; 2 - A; 3 - E; 4 - C; 5 - B.

2. O quadrilátero ABCD a seguir é um losango. Sabendo que a medida do ângulo \widehat{DBA} é 28° , determine a medida do ângulo \widehat{CAD} .



Elaborado pelo autor.

62° .

Ampliação

As aulas com *software* de geometria dinâmica podem ser ampliadas acrescentando-se a construção de trapézios. Podem ser feitos os seguintes desafios.

- Construa um trapézio escaleno.
- Construa um trapézio retângulo.
- Construa um trapézio isósceles.

A aula de demonstrações também pode ser ampliada acrescentando-se a demonstração das seguintes propriedades:

- Em um trapézio isósceles as diagonais são congruentes entre si;
- Em um trapézio isósceles os ângulos internos de cada base são congruentes.